嗜好の變化と價格の變動 - 聯關財の定義をめぐるランゲ・ヒックス論争の一考察 -

市村, 眞一

市村, 眞一. 嗜好の變化と價格の變動 - 聯關財の定義をめぐるランゲ・ヒックス論争の一考察 -. 經濟論叢 1951, 67(4-5): 248-281

1951-05

https://doi.org/10.14989/132221

京都大學經濟學會

經濟論叢

第六十七卷 第四・五號

リカアドウの論理構造……………………………行 澤 健 三

ヨークシヤー・ラツダイトに就いて（二）……穗 積 文 雄

嗜好の變化と價格の變動…………………………市 村 眞 一

森 耕二郎教授著『社會政策要論』（新版）……岸 本 英 太 郎

河 野 健 二 著『絕對主義の構造』………………後 藤 靖

昭和二十六年五月

第六十七卷　二四八　第四・五號　八六

嗜好の變化と價格の變動

――聯關財の定義をめぐるランゲ・ヒックス論爭の一考察――

市村眞一

一、序
二、ヒックス教授の二つの定義の等値
三、新しい聯關財の定義
四、ランゲ・ヒックス論爭とその吟味
五、嗜好の變化が價格に及ぼす效果

一　序

本稿は二つの目的を持つている。その第一は、「價値と資本」に於けるヒックスの聯關財の定義に對し與えられたサミエルソン・モザック兩教授[1)]及び安井教授、栗村教授[2)]の批判の當らざる事を證明する事であり、その第二は、エヂワース・パレートーの定義に極めて類似せる一つの新しい聯關財の定義を提出する事によつて、ランゲ

とヒックスの聯關財の定義をめぐる論爭に若干の光を投ずると共に、合せて嗜好の變化が價格に及ぼす效果を分析する事である。

先ず第一の論點に就いて言えば、ヒックスに對し與えられた各教授の批判は、彼が「價値と資本」の本文の中で言葉によつて述べた定義と數學註に於いて數學的に與えた定義とが四財以上の場合には一致しないという事に關する。然しながらこれ等の批判は何れもヒックスが四財以上の場合に追加した新しい附帶條件を看過しているのではないであろうか。[3] 若し忠實にヒックスに從つてこの附帶條件を考慮するならば、彼の二つの定義が等値である事を證明する事が出來る（第二節）。然し此等の批判は、更にこの附帶條件が餘りに技巧的であり、且つその經濟的意味が薄弱である事を主張するかも知れない。ヒックスの定義が持つその様な難點は、本稿の新しい定義が承認されるならば解消するであろう。

目的の第二は、先ずこの新しい定義を提出し（第三節）、而して更にこの定義を活用する事によつて、ランゲが導入せる同調的（sympathetic）、中立的（neutral）、相反的（antagonistic）という需要變化の聯關性の分類が、[4] 適當なる解釋を加えるならば、ヒックスの定義と同一に歸する事を證明すると共に、その問題をめぐつてヒックスがランゲに與えた反批判[5]の是非を明白にする事である（第四節）。而して最後に、吾々の定義に基く考察が、嗜好の變化の均衡價格システムに及ぼす效果をヒックス、ランゲ以上に精確に分析し得る事を明らかにするであろう（第五節）。

本稿は差當り消費者需要に於ける聯關財の問題の最も基礎的な部分に考察を限定する。從つて企業者の活動及びヒックスの意味に於ける一切の動學的問題は總て之を考慮の外に置くのである。

註(1) J. L. Mosak, "General Equilibrium Theory of International Trade" 1944. p. 23 footnote 26.
P. A. Samuelson, "Foundations of Economic Analysis", 1948. p. 183～187.

(2) 安井琢磨、「聯關財についての一考察」經濟學論集一三卷八號。栗村雄吉、「聯關財の理論」社會科學評論昭和二十四年三月三九頁―四二頁。

(3) 此點は森嶋學士によつて最初に指摘された。本稿の爲す事は其處では省略された數學的證明を與へると共に、それに伴ふ若干の問題を明かにする事である。
森嶋通夫、「消費者活動と企業者活動」經濟論叢六二卷四號、三二頁―三三頁參照。

(4) O. Lange, "Complementarity and Interrelations of Shifts in Demand", Review of Economic Studies, Oct. 1940. p.58～60.
O. Lange, "Price Flexibility and Employment, 1944. p. 9. footnote 9.

(5) J. R. Hicks, "A Comment", Review of Economic Studies, Oct. 1940. p. 64～65.

二　ヒックス教授の二つの定義の等値

確かにヒックスは聯關財の定義を二樣に與えている。然しながら彼自身の敍述に從う限り、彼も言う如く[1]、それ等は等値である。この點を證明するため、消費者の選擇理論の必要最少限の要約を先立てなければならない。先ず記號を次の如く定める。

此處に價格 p_i は、標準財 X_1 で表わされた第 i 財の價格であり、從つて $p_1=1$ である。勿論 ${}_1x_i$ 及び x_i には各主體の別を示す添數 (r) を附し、${}_1x_i^{(r)}$、$x_i^{(r)}$ とすべきであるが、後に必要となる迄之を省略する。

今效用函數及び收支均等方程式を

財の種類	X_i
初期手持量	$\bar{x}_i$
需要量	x_i
價格	p_i

$(i=1,2,\cdots\cdots n)$

$$u \equiv u(x_1, x_2, \cdots\cdots\cdots, x_n) \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - \bar{x}_i) = 0 \qquad (2)$$

で與えこるならば、この消費者の活動は (2) の條件の下に (1) の最大を求める事である。從つてそれは次の補助函數 u^* の無條件最大を求めるという一箇の數學的問題に等しい。

$$u^* \equiv u - \mu \left[\sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - \bar{x}_i)\right]$$

此藤に μ はラグランジュ の未定乘數である。

$$du^* = \sum_i (u_i - \mu p_i)\, dx_i = 0 \qquad (3)$$

より、主體的均衡條件は (2) と

$$u_i = \mu p_i \quad (i=1, \cdots\cdots, n) \qquad (4)$$

で決定される。(2) 及び (4) の $n+1$ 箇の方程式は $(x_1, \cdots\cdots, x_n)$ 及び μ の $n+1$ 箇の未知數を決定するに充分である。かくして需要函數及び μ が定まる。

更に u が極小値でも停滯値でもなく眞に最大値であるためには、條件 (2) 及び (3) が滿足されるのみならず、問題とする選擇範圍の x_i のすべての値について (2) の條件の下に、$d^2u^* < 0$ でなければならない。若し、一層複雜なる限界代替率があらゆる方向に遞減するならば、この條件は滿足され逆も亦正しい[2]。吾々はヒックスに從つてこの條件が滿足されるものと假定しよう。この假定が所謂主體的安定條件である。安定條件が滿足されるなら

ば、

$$U \equiv \left|\begin{array}{c:c} 0 & u_j \\ \hdashline u_i & u_{ij} \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} U_{ij} \equiv U \text{ に於ける } u_{ij} \text{ の餘因數} \\ U_{ijkl} \equiv U_{ij} \text{ 數に於ける } u_{kl} \text{ の餘因數} \\ U_j \equiv U \text{ に於ける } u_j \text{ の餘因數} \end{array} \qquad (5)$$

$$(i,j=1,2,\cdots\cdots,n)$$

とする時、U の三次以上の首座小行列式は交互に正負正負となる。

さて、p_3 の變動が x_2 に及ぼす效果は、(2)及び(4)を p_3 に關し偏微分して得られる次の聯立方程式を $\partial x_2/\partial p_3$ に關して解く事によつて得られる。

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_j p_j \frac{\partial x_j}{\partial p_3} = \bar{x}_3 - x_3 \\ \displaystyle -p_i \frac{\partial \mu}{\partial p_3} + \sum_j u_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial p_3} = \delta_{i3}\ (\mu) \quad (i=1,\cdots\cdots,n) \end{cases} \qquad (6)$$

此處に δ_{i3} は、若し $i=3$ ならば $\delta_{i3}=1$、$i \neq 3$ ならば $\delta_{i3}=0$ なる事を示す、クロネッカーのデルターであり、$u_{ij} \equiv \partial u_i/\partial x_j$ である。

周知の如く、クラーメルの公式により、先の(5)記號を用いて $\partial x_2/\partial p_3$ を解けば

$$\frac{\partial x_2}{\partial p_3} = (\bar{x}_3 - x_3)\frac{\mu U_2}{U} + \frac{\mu U_{32}}{U} \qquad (7)$$

となる。これが所謂スルツキー方程式であり、右邊第一項が所得項、第二項が代用項と呼ばれる。ヒックスが

「價値と資本」の數學附錄に於いて與えたのは、この代用項の符號による聯關財の定義であつた。その定義によれば、X_2はX_3に對して

$$\mu\frac{U_{32}}{U} > 0 \text{ ならば、代用財}$$
$$\mu\frac{U_{32}}{U} = 0 \text{ ならば、獨立財} \qquad (8)$$
$$\mu\frac{U_{32}}{U} > 0 \text{ ならば、補完財}$$

である。これがヒックスに於ける第一の定義である。[3]

さて、ヒックスは本文に於いて今一つの聯關財の定義を次の如く與えている。[4]「その消費者を以前より有利ならしめない様にしつつ、X_3を貨幣に代替する時、若しX_2の貨幣に對する限界代替率が減少するならば、X_2はX_3に對して代用財である。同様にX_3が貨幣と代替される時、X_2の貨幣に對する限界代替率が増加するならば、X_2はX_3と補完的である。』これがヒックスに於ける聯關財の第二の定義の外ならない。

では果してこの第二の定義は先の第一の定義と一致するであろうか。各教授の批判は何れもこの點に集中している。今其等の論點を整理すれば次の三つになるであろう。(I)明らかに第二の定義は、問題とする財が三財の場合卽ちX_2X_3及び貨幣（卽ち標準財）[5]の場合について與えられている。確かに三財の場合には、二つの定義は等値となる。[6]然しながら四財以上の場合について兩者が一致するという保證はない。(II)然もサミエルソンの言う如く、「事實は更に惡い狀況にある。本文の定義に從えば、（四財以上の場合には）例えば小麥とリンネルが同時に

補完財でも又代用財でもある。という事が可能となる。蓋しその定義は標準財として役立つ第三財（ヒックスの所謂貨幣）として何財を撰ぶのに依存しているからである。彼の定義は多義的であり、二つの財の間の性質を表わすと言うよりも、それは（否寧ろそれ等は）三つの財の性質を反映するものである」。（Ⅲ）更に明らかに第一の定義は二財に對しても適用し得るのに反し、本文のそれは二財の場合には定義する事が出來ない。

疑いもなく、第三の批判は正當である。然し實際上二財のみという場合は左程重要ではない。從ってこの批判を承認すると共に、之を無視しよう。然る時此等の批判を否定するためには、批判（Ⅰ）（Ⅱ）の當らざる事を證明すればよい譯である。卽ち若し四財以上の場合にもヒックスの二つの定義が等値であり、且つ其等の定義が標準財の選び方に依存しない事が證明されたとすれば、その二つの定義は只一つの例外を除き等値であると言い得るであろう。以下吾々が證明するのはこの事に他ならない。

さて、ヒックスは、四財以上の場合について財の代用補完を定義するに當り、これ迄餘りにも屢々多くの學者によって看過されて來た、一つの附帶條件を追加しているのである。その條件とは、當面の二財X_2X_3以外の他の財（$X_1, X_4, \dots\dots, X_n$）相互間の限界代替率を不變とするという條件である。[7]

この條件を考慮するならば、二つの定義は等値となる。この事を證明するため、本文の定義に數學的表現を與える事としよう。先ず本文の定義は、四財以上の場合次の如くなる。（以下の二つの條件の下に、X_3が（$X_1, X_4, \dots\dots, X_n$）と代替せられる時（卽ち$X_2$のみ不變）、$X_2$の標準財に對する限界代替率（卽ち$X_1$を標準財として $u_2/u_1 \equiv R_2$）が減少するならば、その時X_2はX_1に對して代用財（又は競爭財）、增加するならば補完財である。

條件(1)その消費者を以前より有利にも不利にもしない、卽ち

$$u(x_1,\cdots\cdots,x_n) = u(x_1+dx_1, x_2, x_3+dx_3,\cdots\cdots,x_n+dx_n)=\text{一定}$$

條件(2) $(X_4,\cdots\cdots,X_n)$ の夫々が x_1 に對する限界代替率卽ち $R_i \equiv u_i/u_1$ $(i=4,\cdots\cdots,n)$ は不變とする、卽ち

$$\left[\frac{dR_i}{dx_3}\right]_{x_2=\text{constant}} = 0 \quad (i=4,\cdots\cdots,n)$$

（尙以下簡單のため、括弧及び x_2=constant を略して、$\partial R_i/\partial x_3$ と書く。）

換言すれば、上記二つの條件の下に

$$\frac{\partial R_2}{\partial x_3} \lesseqgtr 0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

に應じ、夫々代用財、獨立財、補完財である。[7] 仍つて吾々が求めるものは、條件(1)(2)の下に於ける $\partial R_2/\partial x_3$ である。

先ず、X_3を $(X_1,X_4,\cdots\cdots,X_n)$ と代替するのであるから、X_3を獨立變數とする時それに從屬して $(X_1,X_4,\cdots\cdots,X_n)$ が變動する譯である。この事に注意すれば、條件(1)より

$$u_1\frac{dx_1}{dx_3}+u_3+\sum_{j=4}^{n} u_j\frac{dx_j}{dx_3}=0$$

を得る。兩邊を u_1 にて除し、$u_i/u_1\equiv R_i$ を代入すれば

$$\frac{dx_1}{dx_3}+\sum_{j} R_j\frac{dx_j}{dx_3}=-R_3 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(10\cdot1)$$

となる。次に $\partial R_2/\partial x_3$ を求めれば、

$$R_{21}\frac{dx_1}{dx_3}+R_{23}+\sum_j R_{2j}\frac{dx_j}{dx_3}=\frac{\partial R_2}{\partial x_3}$$

となる。但し $R_{2j}\equiv\partial R_2/\partial x_j$ である。容易に解る如く、これは

$$R_{21}\frac{dx_1}{dx_3}-\frac{\partial R_2}{\partial x_3}+\sum_j R_{2j}\frac{dx_j}{dx_3}=-R_{23}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10\cdot2)$$

と書改める事が出來る。更に條件(2)は

$$R_{i1}\frac{dx_1}{dx_3}+\sum_j R_{ij}\frac{dx_j}{dx_3}=-R_{i3}\ (i=4,\cdots\cdots,n)\cdots\cdots\cdots\cdots(10\cdot3)$$

となる。從つて求める $\partial R_2/\partial x_3$ は、この (10.1) (10.2) 及び (10.3) を聯立せしめて、それを $\partial R_2/\partial x_3$ に關して解けばよい譯である。クラーメルの公式により、

$$\frac{\partial R_2}{\partial x_3}=\begin{vmatrix}1 & -R_3 & R_4 & \cdots\cdots & R_n\\ R_{21} & -R_{23} & R_{24} & \cdots\cdots & R_{2n}\\ R_{41} & -R_{43} & R_{44} & \cdots\cdots & R_{4n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ R_{n1} & -R_{n3} & R_{n4} & \cdots\cdots & R_{nn}\end{vmatrix}\div\begin{vmatrix}1 & 0 & R_4 & \cdots\cdots & R_n\\ R_{21} & -1 & R_{24} & \cdots\cdots & R_{2n}\\ R_{41} & 0 & R_{44} & \cdots\cdots & R_{4n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ R_{n1} & 0 & R_{n4} & \cdots\cdots & R_{nn}\end{vmatrix}$$

$$
= \begin{vmatrix} 1 & R_3 & R_4 & \cdots & R_n \\ R_{21} & R_{23} & R_{24} & \cdots & R_{2n} \\ R_{41} & R_{43} & R_{44} & \cdots & R_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{n1} & R_{n3} & R_{n4} & \cdots & R_{nn} \end{vmatrix} \div \begin{vmatrix} 1 & R_4 & \cdots & R_n \\ R_{41} & R_{44} & \cdots & R_{4n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{n1} & R_{n4} & \cdots & R_{nn} \end{vmatrix} \quad \cdots\cdots(11\cdot1)
$$

となる事は明らかであろう。今記號を

$$
\boldsymbol{R} \equiv \begin{vmatrix} 1 & R_j \\ R_{i1} & R_{ij} \end{vmatrix} \qquad \boldsymbol{R}_{ij} \equiv \boldsymbol{R} \text{ に於ける } R_{ij} \text{ の餘因數}
$$

$$
(ij=2, 3, \cdots\cdots, n) \qquad \boldsymbol{R}_{ijkl} \equiv \boldsymbol{R}_{ij} \text{ に於ける } R_{kl} \text{ の餘因數}
$$

と定めるならば、上式 (11.1) は次の如く略記出來る。[8]

$$
\frac{\partial R_2}{\partial x_3} = -\frac{\boldsymbol{R}_{32}}{\boldsymbol{R}_{22,33}} \quad \cdots\cdots\cdots(11\cdot2)
$$

さて斯の如く第二の定義が定式化せられた以上、(8)、(9) 及び (11.2) に注意するならば、批判(1)を否定するために證明すべきは次の命題なる事を知るのである。

$$
\operatorname{sign} \frac{\mu U_{32}}{U} = \operatorname{sign} \left(\frac{\boldsymbol{R}_{32}}{\boldsymbol{R}_{22,33}}\right) \quad \cdots\cdots\cdots(12)
$$

(12)を證明する準備として、先ず次の事を證明する。今Uの $(i+1)$ 次の首座小行列式及びRのi次の首座小行列式を $U(i)$ $R(i)$ で示すならば、$U(i)$ と $R(i)$ 及びUとRの餘因數の間には次の關係が成立する。

$$U(i) = -u_1^{i+1} R(i) \qquad (13\cdot1)$$

$$U_{32} = -u_1^{n} R_{32} \qquad (13\cdot2)$$

（證明）(13.1) の成立する事は次の如く計算する事によつて明らかである。先ず $U(i)$ の第一行及び第一列を u_1にて除し、$U(i)$ に u_1^2を乘じる。次に第三行以下の各行にu_1を乘じ、$U(i)$ を u_1^{i-1} にて除する。而して第二行にu_jを乘じて第 $(j+1)$ 行より引く。更に第三行以下各行をu_1^2にて除し、$U(i)$ に $u_1^{2(i-1)}$ を乘じる。行列式の性質により、斯くするも $U(i)$ の値は不變である。最後に $u_i/u_1 \equiv R_i$ 及び $R_{ij} = (u_{ij}u_1 - u_{1j}u_i)/u_1^2$ を代入して、第一列で展開すれば(13.1)の右邊を得る。勿論計算を逆にすれば右邊より左邊を導出し得る。故に (13.1) が證明された譯である。(13.2) も亦ほぼ同樣の計算によつて證明する事が出來る。

從つてスルツキー方程式の代用項は、(13.1)、(13.2) 及び $u_1 = \mu$ に注意し、

$$\frac{\mu U_2^{\prime}}{U} = \frac{-\mu u_1^{n} R_{32}}{-u_1^{n+1} R} = \frac{\mu R_{32}}{u R} = \frac{R_{32}}{R}$$

と書改める事が出來る。從つて(12)は

$$\operatorname{sign}\left(\frac{R_{32}}{R}\right) = \operatorname{sign}\left(\frac{R_{32}}{R_{22,33}}\right)$$

となる。然るに吾々は主體的安定條件より

$$\mathrm{sign}\ (U) = \mathrm{sign}\ (U_{22,33})$$

なる事を知つている。この關係に（13.1）を考慮すれば、

$$\mathrm{sign}\ (\boldsymbol{R}) = \mathrm{sign}\ (\boldsymbol{R}_{22,33})$$

である。從つて（15）が證明された譯である。仍つて吾々はヒックスの二つの定義は等値であると主張する事が出來るのである。

以上の事が明らかにされた以上、サミエルソンによる批判(Ⅱ)を否定する事は容易である。代用項は明らかに標準財の如何に依存しない。標準財の如何に依存するかに見えるのは本文の定義のみである。然るに本文の定義と雖も、附帶條件を考慮する限り、今迄のX_1の代りにX_kを標準財に選んだとしても、その符號を變ずる譯ではない。何となれば$\boldsymbol{R}_1$とUの間には常に（13.1）（13.2）の關係が存在し、且つこの關係はX_1よりX_kに標準財を置換したとしても、

$$U(i) = -u_k^{i+1}\ \boldsymbol{R}'(i) \qquad U_{32} = -u_k^{n}\ \boldsymbol{R}'_{32}$$

となるに過ぎず、從つて（12）が常に成立するからである。但し$\boldsymbol{R}'(i)$ $\boldsymbol{R}'_{32}$に於ける各元は、限界代替率及びその變動度共にx_kを標準財としたそれである。この事は何等の困難をも惹起しない。蓋し代用項が標準財の如何とは獨立にして、且つ $\mathrm{sign}\ (\boldsymbol{R}'_{32}/\boldsymbol{R}'_{22,33})$ がその符號に等しいからである。

以上により、吾々はヒックスに對する二つの批判が共にヒックスの誤解に出ずる事を證明した。從つて附帶條件を忘れざる限り、ヒックスの立場は、二財の場合を除き、齊合的であると言う事が出來る。然しながらたとえ上述の證明が承認されたとしても、批判者は進みてヒックスの附帶條件そのものが餘りに技巧的であり、且つそ

の經濟的意味が極めて薄弱なる事を主張するかも知れない。若しこの批判を是認するならば、吾々はヒックスの附帶條件を棄てなければならない。それを棄てるならば、ヒックスに對する諸批判が全面的に妥當し始めるであろう。その定義が斯くの如き致命的弱點を持つ以上、最早本文の定義を採用する事は出來ない。然も安井教授の言われる如く聯關財の定義の價値がその有用性にあるとする事は出來ない。然も安井教授の言われる如く、「聯關財の定義の價値がその有用性にある」、とするならば、スルツキー方程式が現代の經濟理論の中に占める決定的重要性に鑑み、吾々の採るべきは勿論代用項による定義でなければならない。然しながら栗村教授がヒックスを批判して述べられた如く、若し吾々が聯關財の定義として代用項によるそれ以外に何等の定義を持たないとすれば、p_3が下落せる時、X_3の補完財であるX_2の需要は、代用効果に關する限り增加するなどと語る事は出來ない筈である。何となれば他財價格の變動と需要量が逆行する財を補完財と定義した以上、それは同語反覆にすぎないからである。ではこの樣な雜點を免れつつ、然もヒックスの附帶條件を導入する事なくして、スルツキー方程式の代用項と直接連絡する如き聯關財の定義は存在し得ないものであろうか。

註(1) J. R. Hicks, "Value and Capital", 1939. p. 311.

(2) cf. "V. & C." p.25。限界代替率遞減の法則と極大の充分條件の等値なる事の數學的證明については、拙稿「ヒックスの企業動學理論に關する一註解」（「近代經濟理論研究」第一號所收）Ⅲ—一、一一頁—一五頁參照。

(3) "V. & C." p. 311~312.

(4) "V. & C." p. 44.

(5) 此處に言ふ貨幣は、標準財と解さなければならない事はサミエルソンの言う如くである。一體ヒックスは、貨幣といふ言葉を四つの意味に於いて使用してゐる。第一は動學的理論に於ける固有の貨幣である。この事に就いて問題はない。殘る三者

の第一は所得といふ意味であり（例へば p. 305）第二は標準財の意味であり、（例へば p. 44. p. 59）第三は當面の二財以外の他のすべての財（all other commodities）の代名詞としてのそれである。（例へば p.33. p.44. p.45）確かにヒックスの敍述には若干の曖昧さがあるけれども注意を拂へばその各々を區別する事が出來る。最後の場合、ヒックスは、他のすべての財を彼の所謂商品群として一括し、その商品群を貨幣と呼んでゐる樣に思はれる。只ヒックスは、この商品群の數量をそのまゝ效用函數乃至生産函數の中に入れ得るかの如く考へてゐる樣に思はれるけれども、この考へは正しくない。然し本稿ではこの點に立入らない事とする。cf. P. A. Samuelson : ibid., p. 185. p. 187.

(6) 栗村教授は三財の場合に於いてさへ、二つの定義が一致しない事を主張せられる樣に思はれる。然しその數學的證明については疑問がある。前註に述べた如く「貨幣」は標準財と解すべきであり、從つてヒックスの言ふY財の貨幣に對する限界代替率は u_y/u ではなく u_y/u_1 と表現しなければならない。從つて、三財の時の財の聯關性は、本稿(11.1)より容易に知られる如く $(R_{23}-R_{21}R_3)$ の符號によつて判別すべきである。斯く定式化するならば、ヒックスの定義の三つの特徴は容易に證明される。三つの特徴とは(1)效用の可測性に依存せず、(2)貨幣の限界效用一定ならばエヂワース・パレートーの定義に一致し、(3)且つ聯關性は可逆的である、といふ事である。(1)はヒックスの定義がすべて限界代替率の言葉で語られてゐる以上、當然である。(2)は $R_{23}=(u_{23}u_1-u_{13}u_2)/u_1^2$, $R_{21}=(u_{21}u_1-u_{11}u_2)/u_1^2$, $R_3=u_3/u_1$ であるから、貨幣卽ち標準財の限界效用一定なりとすれば $u_{12}=u_{13}=u_{11}=u_{21}=u_{31}=0$ である事を考慮すれば、$R_{23}-R_{21}R_3=u_{23}/u_1$ となり、$u_1>0$ であるから、この時ヒックスの定義はエヂワース・パレートーの定義に一致する。この關係は、勿論スルツキー方程式の代用項についても證明し得るけれども、この事が成立するのは三財の場合に限られてゐる。(3)は、計算によりて明らかなる如く、$u_{ij}=u_{ji}$ なる限り $R_{23}-R_{21}R_3=R_{32}-R_{31}R_2$ であるから當然である。

(7) cf. "V. & C." p. 39～42. 企業の場合については、"V. & C." p. 94 footnote 2. 及び前掲拙稿Ⅲ二六頁—三〇頁參照。

(8) R_{23} は小行列式ではなく、餘因數であるから(11.1)の分子にマイナスを附したものである事を注意されたい。

三　新しい聯關財の定義

そこで私は一つの新しい聯關財の定義を提出したい。それは既に周知であるエヂワース、パレートーの定義の丁度逆に當るものである。

今日明に古典的となつたエヂワース・パレートーの定義に從えば、X_3の手持量の增大が（他財を一定として）、X_2の限界效用を高めるならば、その消費者にとつてX_2はX_3と補完的であると言われ、低めるならば、代用財であると呼ばれる。この定義の時の弱點は、それが效用函數のカーディナルな性質に依存し、且つ欲求對象が三財にして標準財の限界效用が一定なる場合を除き[1]、需給との連絡を考え難いという事にある。此等の困難を克服しようとして、可測的な限界代替率による定義がアレン・ヒックス等によつて考案せられたのであつた。本稿の新しい定義は、先のエヂワース・パレートーの意圖を繼承しつつ、然もその缺點を取除く様、限界代替率の言葉によつて與えられるのである。

エヂワース・パレートーは、或財の手持量の增加が他財えの嗜好を增大せしめるか否かに注目した。吾々は逆に或財えの嗜好の增大が他の或財の手持量の增加を欲求せしめるか否かに著目する。偖て、或財X_3の標準財X_1に對する限界代替率（$R_3=u_3/u_1=\delta x_1/-\delta x_3$）とは、$X_3$の限界の一單位の喪失を補整し、その消費者をして同一無差別曲面上にあらしめるに必要な標準財の限界的增加量である。從つてX_3への嗜好の增大は、X_3以外の總ての他財相互間の限界代替率を不變とするならば、X_3の他財に對する限界代替率の增加を以つて示す事が出來る。例えば今迄X_3の限界一單位の喪失を補整するのに三箇の標準財を要したのが、四箇を必要とする様になつたとすれば、それ

はX_3が他財に比し一層好まれる樣になつた事卽ちX_3えの嗜好の增大を意味するであらう。

仍つて吾々は、エジワース・パレートーと反對に、財の代用補完を次の如く定義するのである。[2] 卽ちX_3の他財に對する限界代替率が高まつた時（但し他財相互間の限界代替率は不變）、X_2の需要量が減少するならば、X_2はX_3に對して代用財であり、逆に若しX_2の需要が增加するならばX_2とX_3は補完的である。

この定義に數學的表現を與えるためには、先の均衡條件(2)（4）を(2)と$R_i = p_i\ (i=2, \dots, n)$に書改め、

$$R_i - p_i = -a_i$$

と置き、このa_iを以つてX_iの他財に對する限界代替率の增加を示すパラメーターとする事が便利である。今第三財の他財に對する限界代替率（以下「他財に對すると」いう言葉を省略する）のみが、上昇したとすればこの變化に應ずる各財需要量の變化は(2)と$R_i - p_i = a_i$をa_3のみに關して偏微分して得る聯立方程式

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x^1}{\partial a_3} + \displaystyle\sum_{j=2}^{n} p_j \frac{\partial x_j}{\partial a_3} = 0 \\ R_{i1} \dfrac{\partial x_1}{\partial a_3} + \displaystyle\sum_{j} R_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial a_3} = -\delta_{i3} \end{cases} \qquad \cdots\cdots(16)$$

より得る$\partial x_j / \partial a_3$によつて知る事が出來る。此處に$\delta_{i3}$は前と同樣クロネッカーのデルターである。この樣に定式化するならば、吾々の定義が

$$\frac{\partial x_j}{\partial a_3} \gtreqless 0 \qquad \cdots\cdots(17)$$

に應じ夫々X_jはX_3に對し補完財・獨立財・代用財と定義するものである事は言う迄もないであらう。(16)より、(11.2)の記號を用いて、

$$\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_3} = -\frac{R_{32}}{R_{j}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

を得る。(14)に注意すれば、左邊がスルツキー方程式の代用項にマイナスを附したものである事は明白である。從つて吾々の定義に於いて補完・獨立・代用なる時、代用項は負零正となる。この樣に吾々の定義は密接にスルツキー方程式の代用項と關係し、之に一つの明確なる經濟的意味を與えるものと言う事が出來る。この定義を採用する時初めて吾々は、p_3の騰貴はX_3の代用財の需要を增加せしめ、補完財の需要を減少せしめる、等と語る事が出來るのである。何となれば代用項は本來、所得の補整的變化を伴う相對價格の變化が各財の需要量に及ぼす效果を示すものであり、それが元々欲望狀況の問題である財の聯關性と關係するか否かは豫め決定し得べき事ではないにも拘わらず、吾々の定義により價格變動とは獨立に單に欲望乃至嗜好の變化として定義された財の聯關性と代用效果とが關係する事が明らかとなつたからである。

さて、此處で吾々の定義に對して生じ得べき一つの疑問に答えて置かう、抑〻財の代用關係補完關係の考察は與えられた選好表(given scale of preference)の性質に關するものである。若しその人の選好表乃至效用函數が變化するならば、その樣な代用關係補完關係自身が變るものと考えなければならない。然るに本稿では限界代替率の變化という一種の選好表の變化で財の聯關性を定義している。故に本稿の定義は聯關財考察の根本要請に背き、無意味となるのではないであろうか。

この様な批判は確かに一部分正當である。若し選好表乃至效用函數の變化が全面的な變化 (universal changes) であるならば、ヒックスも言う如く。[4] 勿論需要函數の一切の基礎が變化してしまう譯であり、從つて其處から有用な經濟的法則を引出す事は到底不可能である。然しながら吾々が微變動すると考える變化は、或一財の限界代替率のみの變化という選好表の一部分の然も極めて特殊な變化にすぎない。勿論選好表の他の部分は總て元のままに留つている。吾々はこの様な變化に對して消費者が如何に反應するかに注目するのである。從つてかかる需要の變化は、この消費者の選好表の性質を充分反映するものであり、それに基いて導出される法則は經濟學的に有意義な筈である。この様な事はかかる説明を加える迄もなく(31)の右邊の行列式の各元を見れば容易に理解されるであろう。

以上により吾々の定義はスルッキー方程式の代用項に明確なる經濟的意味を附與し、且つ與えられた選好表の性質を反映する有用にして有意義な定義である事が證明された。次にこの新しい定義を基礎としてランゲとヒックスの論爭を考察する事としよう。

(1) この時には、スルッキー方程式 $\partial x_2/\partial p_3=(\bar{x}_3-x_3)\mu U_2/U+\mu U_{32}/U$ に於いて $u_{i1}=u_{1j}=0$ を考慮すれば、$U_2=0$ となり、且つ $U_{32}=-u_1^2u_{32}$ となる。從つて $u_{32}>0$ (補完財) ならば、$\partial x_2/\partial p_3<0$ $u_{32}<0$ (代用財) ならば、$\partial x_2/\partial p_3>0$ となる。cf. "V. & C.", p. 42.

(2) 直接限界效用の變化によつて定義する事も出來る。この時には X_3 の限界效用の增加が X_2 の需要を增加する時 X_2 と X_3 は補完財である等と定義される。この立場をとればエヂワース・パレートーの定義との相反性は一段と明瞭である。勿論かくしたとて吾々の定義が效用の可測性に依存する譯ではない。(證明略) 此處では選擇理論の最近の傾向に從ひ本文の如く定義を與へる。

(3) この定義は吾々の日常經驗ともよく一致するであらう。例へば今當面の消費者が紅茶を一段と好むやうになつたとせよ。この時勿論紅茶の需要は增加する。$(R_{ts}/R<0)$ 然しその時需要の增加する砂糖の如き財と、需要の減少する綠茶の如き財とがある譯である。前者が補完財後者が代用財に他ならない。

(4) cf. T. R. Hicks, "A Comment", p. 64.

四　ランゲ・ヒックス論爭とその吟味

先ず讀者の便宜のために、論爭の要旨を簡單に紹介する事とする。

ランゲはヒックスの代用補完の定義のみを以つてしては、或財の需要の變化が均衡價格システムに及ぼす效果を充分に分析し難い事に注意し、需要變化の相互聯關の分類として、同調的中立的相反的という新しい區別を導入した。

ランゲに從つて、財X及び財Yの需要函數を

$$x=\phi(p_x,p_y,\alpha)\quad y=\psi(p_x,p_y,\alpha)\cdots\cdots(19)$$

で示す。此處にαはXの需要增加を示すパラメーターである。然る時ランゲは「Yの需要は、Xの需要の變化に對し

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha}\Big/\frac{\partial x}{\partial \alpha}\gtreqless 0\cdots\cdots(20)$$

に應じ、夫々同調的、中立的、相反的である」、と定義する。注意すべきは、補完關係等の場合と異り、この變化の相互關係が必らずしも對稱的ではない事である。例えば今βをYの需要増加を示すパラメーターとし、先の二つの需要函數が

$$x = \varphi(p_x, p_y, \alpha) \qquad y = \psi(p_x, p_y, \alpha, \beta)$$

であつたとすれば、αの變化で示されるXの需要の變動は常にYの變動をも伴うであろうが、若しαを一定としてβのみ變化したとすれば、Yの需要は變化してもXの需要は何等變化しないであろう。例えば紅茶に對する需要の増加はレモンに對する需要の増加を伴う事が多いであろうけれども、その逆が正しい必要はない。

同調、中立、相反の區別は、補完、代用、獨立の區別とは全く獨立である。通常紅茶とコーヒーは代用財である。今紅茶に對する需要の増加が、コーヒーから紅茶への選好の移動の結果として起つたとすれば、コーヒーの需要は紅茶の需要の變化に對して相反的であろう。然しながら紅茶の需要の増加が飲物に對する一般的な欲求の増大(例えば夏季に於ける)の結果であるならば、コーヒーの需要は紅茶の需要の増加に對して同調的であろう。

次にランゲはこの新しい觀點を導入する事によつて、或財の需要の増加が他財の價格に及ぼす效果に關するヒックスの分析を批判し、次の如く言う。「(XY及び貨幣の三財のみが存在する市場に於いて、貨幣との交換による)Xの需要の増加が、これと補完關係にある財Yの價格を下落せしめる、という命題は、[21] Yの需要がXの需要の移動に對し相反的ならば一層強く妥當するであろう。然しながら若しYの需要が同調的ならば、逆方向に働く二つの力が生じる事となる。即ち補完關係はYの價格を引下げようとするであろうがXの需要が、Yの需要の變化に對し同調的であるという事實が、Yの需要を増加せしめ、その力はYの價格を引上げようとする方向に働くであろう。

何れの力が優勢であるかによつてYの價格の騰落が決定される譯である。「勿論この樣な敍述が純粹に經驗的乃至計量經濟學的 (empirical) なものである事は言う迄もない。」

而してランゲは更に、實際上强度の補完財は又同時に强度に同調的である事が多いと判斷し、Yに對する需要の增大は、恐らくYの價格を騰貴せしめるであろうと結論する。ランゲは、この結論に從つて、ヒックスの言う「貨幣と交換に商品の需要が增加せる時、商品と代用的である證劵の價格も亦騰貴するであろう(卽ち利子率下落)」という命題を批判して、寧ろその逆が正しいと述べている。更にランゲは彼の觀點を貫く事によつて、財需要及び流動性選好の變化が價格及び利子率に及ぼす效果の考察に於ける「古典派」と「ケインズ派」の對立を分析している。此等は甚だ興味ある問題であるけれども、聯關財についての基礎的考察のみを目的とする本稿は、之以上ランゲの主張に立入る事を止め、ランゲに對するヒックスの應酬に眼を轉ずる事としよう。

ヒックスは、[4]「價格と資本」に於ける彼自身の說明が若干不充分であつた事を承認しつつも、ランゲの批判を更に反批判して次の如く言う。「ランゲ博士の同調的中立的相反的なる商品とは、選好表が變化した場合、其等の需要が同一方向又は反對方向に動く諸傾向を經驗的に分類したものにすぎない。例えば豚肉とそら豆とが同調的であるという事は、吾々の經驗に於いて豚肉とそら豆に對する需要を共に增加或いは減少せしめる樣な選好表の變化が、何れか一方乃至双方向に變動せしめる樣な選好表の變化よりも一層普通であるという事を意味する他ないであろう。この事は極めて部分的にのみ財の聯關性の問題であるに留まり、主として選好の變化の關係として取扱われるべきである。」この樣に考えるヒックスは、商品需要の增大が利子率を下落せしめるという彼の命題に對するランゲの批判に對しても、あく迄自說を擁護して言う。「商品の需要と證劵の需要が相反的なるが

故に、價格騰貴と利子率の下落とが相伴う傾向あり、という事は共處に含まれている因果的過程について何等有用な事を吾々に物語らない。今「價値と資本」に於いて想定せる如く、貨幣と交換に財への需要が增加したとせよ。この事は一部の消費者の選好表が變化した事を意味する。若し吾々が何等かの經濟的法則を導出しようとすれば、殘りの全ての消費者の選好表は不變であると假定しなければならない。然るに財需要が增加した時、利子率を高めるであろう借入の增大は最初の攪亂を起した人からではなく、別の人々から生じて來る要求なのである。相反關係はこの事を明らかにしないであろう。」

以上がランゲとヒックスの論爭の概略である。では吾々の立場よりこの論爭を如何に考えるべきであろうか。明らかにこの論爭は二つの問題を含んでいる。第一はランゲの提出せる同調的中立的相反的という區別を如何に考えるべきかという問題であり、第二は嗜好の變化が價格に及ぼす效果の問題である。第二の問題に對する吾々自身の考察は次節に讓り、本節では先ず最初の問題を考察しよう。

ランゲの所謂同調的、中立的、相反的という區別は、ヒックスの批判をまつ迄もなくランゲ自身が述べている様に、經驗的分類にすぎない。だがその限りに於いて有用な分類である事は承認しなければならない。然しながらその區別によるランゲの分析は、代用補完の關係が需給及び價格に及ぼす效果についての考察とは別個の事柄を研究しているものと考えなければならない。從つてランゲの分析では、財の聯關性が價格に及ぼす效果の因果的過程が明らかにせられず、且つ最初に嗜好の變化した人々の需給の變化より生じる事柄とその攪亂に對する他の人々の反應の效果とが區別されない、というヒックスの批判は一應是認しなければならない。然しランゲの新しい觀點はそれ程無價値なものであろうか。吾々は更に立入つて考えてみよう。

一體需要函數は各消費者の初期資產狀況と選好表を所與とし、それだけの與件の下に於ける各消費者の選擇活動より導出せられたものである。從つてかかる需要函數に變化を生じる原因には次の三者が考えられる。(1)經濟システム內部の經濟主體に增減を生じる事。(2)初期資產狀況が變化する事。(3)選好表に變化を生じる事。差當りランゲとヒックスが考察の對象としたのは(3)のみであつた。仍つて吾々も(1)(2)を除外し[5]、(3)に就いて考察を進めよう。

既に第二節でも述べた樣に、或消費者の需要函數を決定する主體的均衡條件は、收支均等の條件と各財の標準財に對する限界代替率がその財の價格に等しい事である。從つて需要量を變化せしめる如き選好表の變化として最も根本的なものは、ヒックスも洩らしている如く[6]、各財の限界交替率の變化である。選擇理論を需要分析の基礎とする限り、嗜好の變化に基く需要の變動は一層根本的には各財の限界代替率變化より導出されなければならない。勿論有用な經濟學的法則を導出するためには、或一財の限界代替率のみの變化を先ず分析する事が便利であり、又それで充分でもある。何となれば若干個の財の限界代替率の同時的變動の效果は、夫々の財の限界代替率の個別的變動の效果の合成として把握し得るからである。

さて、問題が限界代替率の變化である事が明らかになつた以上、それが吾々の聯關財の定義と直接關係する事は言う迄もない。吾々の定義によれば、或財の限界代替率の增大はその財の需要を必らず增加せしめる。而してこの時需要の增加する他財が補完財、減少する財が代用財である。從つてランゲの言葉を用いて言えば、補完財の需要は限界代替率の變化せる財の需要に對して同調的であり、代用財の需要は相反的である。この樣に吾々の定義に從うならば、ランゲの同調・中立・相反の關係は補完・獨立・代用の他の一面として成立するのである。

嗜好の變化に基く需要の變化を根本に遡つて限界代替率の變化を把握し、然も吾々の定義が一面として持つ右の様な性質を理解するならば吾々はランゲの分析に於ける若干の粗雑さを取除く事が出來る。確かにランゲが强度の補完財は强度に同調的である事が多いと判斷した直觀は正當であつた。然しながら吾々の立場より見るならば、その事が起る原因には二つのものがある第一は或財と補完的である事自身が內包している需要の同調性であり、第二は或財の限界代替率が増加する時には、この財と補完關係にある他の財の限界代替率も増加する事が多いという事實に基く需要の同調性である。ランゲにあつてはこの二つの事が區別されていない。ランゲの敍述を吾々の言葉で言えば、例えば原因Aはパラメーター・コンプレックス$\{a_i\}$を變動せしめ原因Bは$\{a_j\}$を變化せしめるものとする時、原因が異る以上$\{a_i\}$と$\{a_j\}$の各元の內容も又變化の方向も必らずしも一致しない、只その時同一方向に變化するものは多くヒックスの定義による補完財であろうという事にすぎない。斯の如く錯雜せる變動效果を一擧に語る事は、ヒックスの批判する如く決して事態の因果的過程を明らかにする所以ではない。吾々は先ずa_iの中の個々のものの變動效果を分析し、それによつて因果的過程を考察しなければならない。

尚ランゲは同調・中立・相反の關係は對稱的でないと主張するけれども、その現象を起す第一の原因のみについて言えば、a_3の變化がx_2に及ぼす效果とa_2の變化がx_3に與える效果とは相等しく從つて對稱的である事は注意しなければならない。この様に吾々はヒックスの反批判の趣旨を一應承認するけれども、この事は決してヒックス自身の分析をそのまま是認する事を意味しない。嗜好の變化が價格に及ぼす效果の分析について言えば、吾々の結論はヒックスよりも寧ろランゲに近いのである。これは明らかに論爭の第二の問題に關する。最後に此點を考察する事としよう。

註(1) 以下は大體ランゲの論文の忠實なる抄譯である。cf. O. Lange, op. cit. p. 59~61.

(2) cf. "V. & C.", p. 73~74. p. 317.
J. E. Mosak, ibid., p. 42~49, 及び本稿第五節を參照せられたい。

(3) cf. "V. & C." p. 275~279. 本稿第五節參照。

(4) cf. J. R. Hicks, "A Comment", p. 65.

(5) (1)(2)の效果の分析は既に園博士によつて爲された。
園正造、「市場均衡の安定條件」經濟論叢昭和十九年二月四六頁—四七頁。

(6) cf. J. R. Hicks, "A Comment", p. 64.

五　嗜好の變化が價格に及ぼす效果

以上の考察を基礎として嗜好の變化が均衡價格システムに及ぼす效果を分析するためには、先ず交換の一般均衡の均衡條件と安定條件に關する知識が必要である。今記號を左の如く定めるならば、勿論 $X_i = \sum_{r=1}^{\theta} x_i^{(r)}$, $\bar{X}_i = \sum_{r=1}^{\theta} \bar{x}_i^{(r)}$ である。(但しθは經濟システム內の構成員の總數)。又收支均等方程式(2)を各主に體つき相和せば、

$x_i^{(r)}$	第r番の消費者のi財需要
$\bar{x}_i^{(r)}$	第r番の消費者のi財初期量
X_i	i財の社會的總需要
$\bar{X}_i$	i財の社會的期初量

$$\sum_{i=2}^{n} p_i(X_i - \bar{X}_i) = \bar{X}_1 - X_1$$

が成立する。今 $E_i = X_i - \bar{X}_i$ と置くならば、均衡に於いては

$$E_i(p_2, p_3, \dots\dots, p_n) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots\dots, n)$$

である。然るに右の均等式が成立する故、E_i の中一箇は獨立ではない。仍つて E_1 を消去す

れば、[1] 均衡を決定する條件として未知數 $(p_2,\cdots\cdots,p_n)$ の數に等しい $(n-1)$ 箇の方程式

$$E_i(p_2,p_3,\cdots\cdots,p_n)=0 \qquad (i=2,\cdots\cdots n,) \cdots\cdots(21)$$

を得る。これが市場の均衡條件である。

次に市場均衡の安定條件を求めよう。この問題は最近吾國に於いてもサミエルソン・ランゲ・メツラー等の所論を周つて多くの紹介と吟味が行われた。從つて此處ではその詳細を述べる必要はないであろう。吾々は本稿に必要な最少限の要約を與えれば充分である。

先ず次の如く想定しよう。即ち第三財價格の均衡過程に於ける變化速度は第三財の超過需要量のみに依存する。この想定により

$$\dot{p}_i = F_i(E_i) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

を得る。但し $E_i=0$ ならば、$\dot{p}_i=0$ なるものとし、且つランゲに從つて $F_i'>0$ と假定する。今考察を均衡點の近傍に限定する事にすれば、(22)を均衡點よりテイラー展開して高次の項を無視し

$$\frac{d(p_i-p_i^\circ)}{dt} = F_i'\sum_{j=1}^{n} E_{ij}(p_j-p_j^\circ)\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

とする事が出來る。但し p_i° は p_i の均衡値 $F_i'\equiv\frac{dF_i}{dE_i}$, $E_{ij}\equiv\frac{\partial E_i}{\partial p_j}$ である。この微分方程式の解 $p_i(t)$ は i 財市場の不均衡に應じる財價格適應路を示す函數であると考える事が出來る。任意の初期値よりの適應路が必らず均衡價格システム $\{p_i^\circ\}$ に通じている時その市場は安定であると言い、それより離れ去る時不安定、そ

の何れでもない時中立的であると定義しよう。[3] 然る時安定條件は

$$\lim_{t\to\infty} p_i(t) = p_i^{\circ} \quad \cdots\cdots(24)$$

なる事である。然るに (23) より

$$p_i(t) = p_i^{\circ} + \sum_j q_{ij}(t)\, e^{\lambda_j t} \quad \cdots\cdots(25)$$

である。此處に λ_j は (23) の特有方程式

$$f(\lambda) \equiv | F_i' E_{ij} - \delta_{ij}\lambda | = 0 \quad \cdots\cdots(26)$$

の distinct rooots であり、$q_{ij}(t)$ は根 λ_j の重複度より一だけ小なる次數の t に關する多項式である。從つて安定條件は λ_j の總てについて、各々の實數部分が負なる事である。

さて、主體的安定條件と園博士の分析に從つて、園博士の靜學的安定條件が滿足されるものと前提しよう。即ち $(E_{ij}+E_{ji})/2 \equiv S_{ij}$ とする時、マトリクス $[S_{ij}]$ は負定形である。[4] 次に先の (32) に於いて $H_i' E_{ij} = F_i' E_{ij}$ と假定しよう。これは $F_i E_i' = \partial p_i/\partial p_j = \partial p_j/\partial p_i = F_j' E_{ij}$ なる事即ち p_j の p_i に與える斜波及率が可逆的である事を意味する。園博士の安定條件により $[S_{ij}]$ が負定形ならば、マトリクス $[E_{ij}]$ も負定形である。[5] $[E_{ij}]$ が負定形にして、且つ假定により $F_i' > 0$ $F_i' E_{ij} = F_j' E_{ji}$ であるならば、$[H_i' E_{ij}]$ も負定形である。$[F_i' E_{ij}]$ が負定形ならば、(26) の特有根 λ_j は總て distinct roots となり、且つその實數部分は負となる。[6] 從つて動學的安定條件が滿足される。[7] 即ち吾々はこの條件が滿されると前提している譯である。

さて、これ丈の知識の下に嗜好の變化が均衡價格システムに及ぼす效果を分析しよう。このために先のE_iの中に、各消費者の限界代替率の變化を示すペラメーター $a_i^{(m)}$ を明示しておく事が便利である。卽ち

$$E_i(p_2,\cdots\cdots,p_n;\ a_1^{(1)},\cdots\cdots,\ a_n^{(m)})=0\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

となる。前節に於いて述べた如く、吾々は嗜好の變化として或人の或財に對する限界代替率の變化の效果を分析する。今 $a_3^{(1)}$ が上昇したとしよう。この時第一番目の消費者の各財需要量は (16) に應じて變化するであろう。從つて各財市場の均衡は破れ、價格の新しい適應が始まるであろう。價格が變動すれば、他の總ての消費者の需要も亦變化しそれが更に價格を變動せしめるであろう。斯くして結局落着くであろう新しい均衡價格システムは如何なる値を取るであろうか。これは (22) に (26) を考慮し、$a_3^{(1)}$ を均衡値より微變動せめて得る次の聯立微分方程式の解 $p_i(t)$ の極限値として求める事が出來る。

$$\frac{d(p_i-p_i^{\circ})}{dt}=F_i'\sum_j E_{ij}\,(p_j-p_j^{\circ})+F_i'\,\frac{\partial x_i^{(1)}}{\partial x_3^{(t)}}\,dx_3^{(1)}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

此處に $dx^{(1)}$ は $a_3^{(1)}$ の微變動量であり(以下主体を示す1を略す)、$(p_j-p_j^{\circ})$ は a_3 の變化に基いて生じた p_j の均衡價格よりの變化量である。(27) の一般解は

$$p_i(t)=p_i^{\circ}+\sum_{j=2}^{n}q_{ij}\,e^{\lambda_j t}+\frac{da_3}{J}\sum_j\left(-\frac{\partial x_j}{\partial a_3}\right)J_{ij}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

で與えられる。但しJは、$E_{ij}\equiv\dfrac{\partial E_i}{\partial p_j}$ を要素とする行列式 $|E_{ij}|$ $(i,j=2,\cdots\cdots,n)$ J_{ij} はJに於ける E_{ij} の

餘因數である。今 $-\partial x_j/\partial a_3 = -\frac{R_{3j}}{R} = X_{3j}$ と略記するならば、安定條件が滿足されるから、

$$\lim_{t\to\infty}(p_i(t) = p_i(\infty) = p_i^{\circ} + \frac{da_3}{J}\sum_j X_{3j}J_{3j} \quad \cdots\cdots(29)$$

となる。明らかに新均衡價格が騰貴するか否かは右邊第二項以下の符號に依存する譯である。然るにそれに就いて一般的に妥當する何事をも知る事が出來ない以上、p_i の騰貴に關し確定せる解答を與える事は出來ない。然しながら若干の特別な場合には、その騰落について或程度有意義な法則を導出する事が出來る。此處では一般均衡理論と部分理衡均論の關係及びランゲ・ヒックス論爭との關聯に於いて興味ある二つの場合を分析して置く事とする。

先ず嗜好の變化せる消費者が、ピグーの言う意味に於ける代表的消費者であり、彼の嗜好が何等かの意味に於いて社會の平均を表示しているものと考えられる場合を考察しよう。ピグーは[8]「代表人とは若し社會の全構成員が代表人であつたとすれば、その社會が現に今行動しているが如くに行動する樣に想定せられた人である、と定義する事が出來る」と述べている。仍つて今吾々の代表的消費者は、彼の嗜好の變化が假に社會全體に一齊的嗜好變化が起つた場合の算術平均である如き人であつたとしよう。勿論この想定はピグーの所謂代表人の要求を滿足する。卽ちこの時、$X_{3j}{}^{(t)} = \frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{\theta} X_{3j}{}^{(i)}$ という關係が成立する譯である。若しかかる平均的代表的消費者を想定し彼の嗜好の變化が價格に及ぼす效果を分析するならば、吾々は次の如き興味ある結論に到達する事が出來る。

先ず結論を述べるならば、所得效果を無視する時、$a_3^{(t)}$ の增大は p_3 のみを騰貴せしめ、他財の價格を總て不變

に留める。この證明は容易である。今$E_{ij}^{(2)}$の所得項を無視し、代用項のみをそのままの記號で書く事とすれば、(29) に於いて

$$\sum_j X_{3j}^{(1)} J_{ij} = \sum_j E_{3j}^{(1)} J_{ij} = \frac{1}{\theta} \sum_j E_{3j} J_{ij}$$

となり、この式は $i \neq 3$ ならば總て零、 $i=3$ ならば $\frac{J}{\theta}$ となるからである[9]。

この事は部分均衡理論の考察が妥當する一つの場合を示し、それに新しい意義を與えるものではないであろうか。卽ち若し右の樣な想定が承認されるならば、吾々は他財市場への波及を考慮する事なく、嗜好の變化せる財の市場に於ける需要曲線の移動のみを考察すればよい事となるのである。

然もこの事は更に完全競爭の前提の一つが意味する事に就いての一つの傍證を提供する。卽ち p_3 の變動は、上述の事より、

$$p_3(\infty) - p_3^{\circ} = \frac{da_3}{\theta}$$

となる。從つて完全競爭の前提の一つとして、多數の經濟主體の存在を前提するならば、θ は極めて大であり、從つて da_3/θ は著るしく小となるであろう。換言すれば或消費者の嗜好の變化は殆んど p_3 に影響を與えない事となる。

次に吾々ランゲとヒックスとの論爭に關聯して興味ある三財市場について簡單に考察しよう。三財の場合には、(29) に於いて明らかに $J>0$, $J_{23}=-E_{32}$, $J_{32}=-E_{23}$, $J_{33}=E_{22}$, $J_{22}=E_{33}$ 故に (29) は

$$p_3(\infty) - p_3^\circ = \frac{da_3}{J}(X_{33}E_{22} - X_{32}E_{23}) \cdots\cdots (30\cdot1)$$

$$p_2(\infty) - p_2^\circ = \frac{da_3}{J}(X_{32}E_{33} - X_{33}E_{32}) \cdots\cdots (30\cdot2)$$

となる。明らかに p_2 p_3 の騰落は、右邊括弧内の正負、即ち X_{32} E_{32} E_{33} E_{22} の符號に依存する。今この關係を一表にして示せば次の如くである。

			p_3 の變動			p_2 の變動		
			主體 (1) につき			主體 (1) につき		
			補完財	獨立財	代用財	補完財	獨立財	代用財
			$X_{32}<0$	$X_{32}=0$	$X_{32}>0$	$X_{32}<0$	$X_{32}=0$	$X_{32}>0$
社會全體として	補完財	$E_{32}<0$	?　(+)	+	+	?$\binom{0}{+}$	−	−
	獨立財	$E_{32}=0$	+	+	+	+	0	−
	代用財	$E_{32}>0$	+	+	?(+)	+	+	?$\binom{-}{0}$

此處では＋は價格が $a_3^{(1)}$ の變化と同方向に動く事を、－は逆方向に動く事を示す。？は何れとも確定し難い事を意味するとともに、その後に括弧して示したのは、その場合の最も確らしい變動傾向である。この確からしき傾向を右表の如く決定する理由は次の如くである。先ず p_3 について言えば、恐らく總ての消費者は第三財の嗜好

が增大した時、他の何財よりも第三財の需要をより多く增加せしめるであろう。即ち絶對値に於いて $|X_{32}^{(r)}| > |X_{33}^{(r)}|$ なる關係が成立するであろう。若し所得效果を無視するならば、$E_{ij} = \sum_{r=1}^{\theta} X_{ij}^{(r)}$ であるから、勿論 $|E_{32}| > |E_{33}|$。故にたとえ (30.1) の X_{32} と E_{32} が同符號であつたとしても、第一項は第二項より大となり、${}^{3}d$ についてはすべて＋なる事が確からしいのである。

次に p_2 に就いて考えよう (30.2) は

$$X_{32} / X_{33} \gtreqless E_{32} / E_{33}$$

に應じて正負零となる。前とと同樣所得效果を無視するならば、この不等式は

$$E_{32}^{(1)} / E_{33}^{(1)} \gtreqless E_{32} / E_{33}$$

となる。今若し假に總ての消費者が同樣の地位にある (similarly situated) 類似せるタイプの人ばかりであつたとすれば、近似的に $E_{32}^{(1)} = E_{32}^{(2)} = \cdots\cdots = E_{32}^{(\theta)}$, $E_{33}^{(1)} = E_{33}^{(2)} = \cdots\cdots = E_{33}^{(\theta)}$ 等と考える事が出來る。この時には $E_{32} = \theta E_{32}^{(1)}$ $E_{33} = \theta E_{33}^{(1)}$ となり、不等式の兩邊は相等しく p_2 は變化しない。括弧内の0はこの場合及び先の代表的消費者の場合を示したものである。勿論この推論は嚴密ではない。蓋し總ての人に就いて $E_{ij}^{(r)}$ が相等しいという樣な事はあり得ないからである。然しながら相當數の人々について近似的に $E_{ij}^{(r)}$ が等しいという事は極めて尤もらしい樣に思われる。仍つて今しばらくこの假定を承認しよう。偖て E_{32} がたとえ正又は負であるとしても、個々の $E_{32}^{(r)}$ の中の若干個がそれと逆符號を取る事は極めてあり得る事である。從つて E_{32} は E_{33} よりも相當小であると推定する事が出來る。故に先の不等式に於いて左邊が他の主體の $E_{32}^{(r)}/E_{33}^{(r)}$ に比し著しく小でない限り (この樣になる確率は右の假定により極めて小である)、右邊の絶對値は左邊のそれより小となるで

あろう。故に $E_{32}>0, X_{32}>0$ ならば、右邊が大、$E_{32}<0, X_{32}<0$ ならば、左邊が大となり、右表の結論を得るでのある。勿論右の假定が承認されないならば、この結論が嚴密な意味に於いて成立しない事は言う迄もない。

さて、以上の考察は第四節に紹介したランゲ・ヒックス論爭の第二の問題に對し若干の光を投じるであろう。吾々の分析が示す如く、X_3への嗜好の增大は、若しX_2が嗜好の變化せる主體についても又社會全體としても共にX_3と代用關係にあるならば、財X_2の價格を下落せしめる傾向がある。(X_2の嗜好が同時的に低下するならば、一層そうである事は云う迄もない。) 吾々のこの結論はヒックスよりも寧ろランゲの結論に近い。ヒックスは貨幣と交換にX_3の需要が增加するという特殊の嗜好の變化を對象とする事により、X_3への嗜好の增大がその消費者自身に於いてさえ、代用財への需要減少を惹起する事を見失つたのではないであろうか。然しこの事はヒックスの分析を全く無用にするものではない。蓋し彼の分析は別個の用途例えば $X_{32}=0$ なる場合乃至は園博士の所謂特殊者の參加の效果の分析その他に活用し得るからである。又吾々の結論は一應ランゲと一致するけれども、この事は決してランゲの所説そのものの承認を意味しない。何となればランゲは決して吾々の如く事態の因果的過程を明確に分析した譯ではないからである。

註(1)　以下の考察はこの時 E_2 の中の何を消去するかといふ事には依存しない。

(2)　本稿の範圍に關係するものとしては次の各論稿參照。
P. A. Samuelson, ibid. p. 269～276, p. 396～375, p. 433～438.
O. Lange, "Price Flexibility and Employment", p. 94～99.

安井琢磨「收斂性の公準と動學的安定條件」社會科學評論昭和二十三年七月
古谷　弘「經濟均衡の安定分析」(「理論經濟學の諸問題」所收)
森嶋通夫、「安定條件」季刊理論經濟學昭和二十五年一月一〇六頁—一〇八頁

(3) 部分安定、條件附安定等の問題には立入らない。

(4) 園正造「前掲論文」三六頁—三七頁參照。

(5) 園正造「前掲論文」四七頁—四九頁參照。

cf. P. A. Samuelson, ibid. p. 438.

cf. P. A. Samuelson, ibid. p. 369～375.

(7) 同樣の關係は $F_{i}' = k > 0\ (i = 2, \cdots\cdots, n)$ としても成立する。

森嶋通夫「靜學的安定條件と動學的安定條件」社會科學評論昭和二十四年三月、一四四頁—一四五頁參照。

(8) cf. A. C. Pigou, "Employment and Equilibrium", 1949 p. 127 footnote.

(9) 更に若し $a_3^{(r)}$ が總ての消費者に就いて比例變動したとすれば、$da_3^{(1)} = da_3^{(2)} = \cdots\cdots = da_3^{(9)}$ となり、これと (29) をより一般的にせる方程式 $p_i(\infty) - p_i^{\circ} = \frac{da_3}{J} \sum E_{3j} J_{ij}$ より $p_3 - p_3^{\circ} > 0,\ p_i - p_i^{\circ} = 0\ (i \neq 3)$ を得る事は言ふ迄もないであらう。この事は間接的に或財の價格の高さを決定しているものが、初期資產の分配狀況とその財の標準財に對する限界代替率である事を證明する。(一九五〇・四・三〇稿)